

## Függvényhatárérték (L'Hospital szabály)

### Elmélet

**Theorem 1 (L'Hospital szabály)** Legyen  $a \in \bar{\mathbb{R}}$ . Tegyük fel, hogy vagy

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$$

vagy

$$\lim_{x \rightarrow a} |f(x)| = \lim_{x \rightarrow a} |g(x)| = \infty.$$

Ha valamely  $b \in \bar{\mathbb{R}}$  esetén

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = b,$$

akkor

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = b.$$

## Feladatok

1. Számítsa ki az alábbi határértéket!

(a)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \ln(x)}{x^2 + 5},$$

(b)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x \sin(x)},$$

(c)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2(x) - 1}{x^2},$$

(d)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin(2x)} - e^{\sin(x)}}{x},$$

(e)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}},$$

(f)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos(x) - 1},$$

(g)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5x)}{\ln(1 + 3x)},$$

(h)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x) - \sin(x)}{\ln(1 + 2x)},$$

(i)

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 4x + 3},$$

(j)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \ln(x)}{x^2 + 3x + 4}.$$