

Függvényhatárérték (L'Hospital szabály)

Elmélet

Theorem 1 (L'Hospital szabály) Legyen $a \in \bar{\mathbb{R}}$. Tegyük fel, hogy vagy

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$$

vagy

$$\lim_{x \rightarrow a} |f(x)| = \lim_{x \rightarrow a} |g(x)| = \infty.$$

Ha valamely $b \in \bar{\mathbb{R}}$ esetén

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = b,$$

akkor

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = b.$$

Feladatok

1. Számítsa ki az alábbi határértéket!

(a)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) - x}{\ln(x+1) - x},$$

(b)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) - x}{x \sin(x)},$$

(c)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x) - x + 1}{(x-1) \ln(x)},$$

(d)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin(2x)} - e^{\sin(x)}}{x},$$

(e)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}},$$

(f)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos(x) - 1},$$

(g)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(2x)}{4x^2},$$

(h)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x) - \sin(x)}{\ln(1+2x)},$$

(i)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(2+x)}{2x^2},$$

(j)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \ln(x)}{x^2 + 3x + 4}.$$