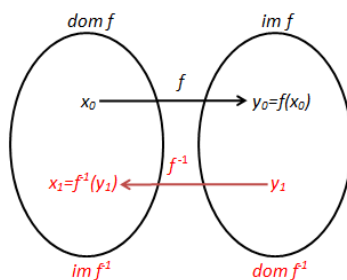


Az inverz függvény



Elmélet

Definition 1 (Definíció) Az f függvényt **invertálhatónak** (egy-egy értelműnek) nevezzük, ha tetszőleges $x_1, x_2 \in \text{dom } f$ esetén $x_1 \neq x_2 \implies f(x_1) \neq f(x_2)$ (vagy $f(x_1) = f(x_2) \implies x_1 = x_2$).

Definition 2 (Definíció) Legyen $f : A \rightarrow B$ invertálható és $\text{dom } f = A$ illetve $\text{im } f = B$. Ekkor azt mondjuk, hogy f kölcsönösen egyértelmű leképezést létesít A és B között, más szóval f **bijektív leképezés** vagy röviden **bijekció**.

Definition 3 (Definíció) Legyen $f : A \rightarrow B$ invertálható. Ekkor az f **függvény inverze** az f^{-1} (f_{-1}) függvény, amely $\text{im } f$ -et $\text{dom } f$ -be képezi, és minden $y \in \text{im } f$ -hez azt az $x \in \text{dom } f$ -et rendeli, amelyre $y = f(x)$.

Feladatok

Legyen $f \in \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

a. $f(x) = \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{2}\right)$

b. $f(x) = \sqrt{\frac{1}{2^x - 1}}$

c. $f(x) = \exp_2\left(\frac{1}{\sqrt{x} - 1}\right) = 2^{\frac{1}{\sqrt{x} - 1}}$

d. $f(x) = 10^{\frac{1}{\sqrt{x} - 1}}$

e. $f(x) = \frac{2^x}{2^x - 2}$

f. $f(x) = \sqrt{1 - 2^{\frac{1}{x}}}$

g. $f(x) = 2\sqrt{1 - \frac{1}{x}}$

h. $f(x) = \sqrt{1 - e^x}$

i. $f(x) = 10^{\frac{1}{\sqrt{x}} - 1}$

j. $f(x) = (-\sqrt{x - 1} - 2)^2$

Adja meg az f függvény inverzét, ha létezik!