Gyakorló feladatok - 7.

MA6213d

1. Számítsa ki az alábbi kezdeti érték feladat közelítő megoldását a T pontban Euler-módszert haszálva h lépésközzel!

   (a) $y' = t - 2y, \quad y(1) = 2, \quad T = 1.6, \quad h = 0.2,$

   (b) $y' = -y^2 + t, \quad y(0) = 1, \quad T = 0.3, \quad h = 0.1,$

   (c) $y' = \cos y - ty, \quad y(-1) = 2, \quad T = -0.25, \quad h = 0.25,$

   (d) $y' = y(1-y), \quad y(0) = -1, \quad T = 0.3, \quad h = 0.1.$

2. Adja meg az alábbi differenciaegyenletek általános megoldását, illetve ha kezdeti feltétel is van, a kezdeti érték feladat megoldását! Határozza meg a triviális megoldás stabilitását is!

   (a) $x_{n+1} - 5x_n = 0,$

   (b) $x_{n+1} + 2x_n = 0, \quad x_0 = 3,$

   (c) $x_{n+2} + x_{n+1} - 6x_n = 0,$

   (d) $x_{n+2} - x_n = 0,\ x_0 = 3, \quad x_1 = 0,$

   (e) $x_{n+2} + 4x_n = 0,$

   (f) $x_{n+2} + x_{n+1} + \frac{1}{2}x_n = 0, \quad x_0 = 2,\ x_1 = 0$

   (g) $x_{n+2} + x_{n+1} + \frac{1}{4}x_n = 0,$

   (h) $x_{n+2} - 6x_{n+1} + 9x_n = 0, \quad x_0 = 2,\ x_1 = 0.$

3. Oldja meg Fourier-módszert használva az alábbi feladatokat!

   (a)
$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t}(x,t) &= 2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x,t), \qquad t \geq 0, \quad 0 \leq x \leq \pi \\ u(0,t) &= 0, \qquad t \geq 0, \\ u(\pi,t) &= 0, \qquad t \geq 0, \\ u(x,0) &= 3\sin 2x + 6\sin 5x, \qquad 0 \leq x \leq \pi \end{aligned}$$

   (b)
$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t}(x,t) &= 3\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x,t), \qquad t \geq 0, \quad 0 \leq x \leq \pi \\ u(0,t) &= 0, \qquad t \geq 0, \\ u(\pi,t) &= 0, \qquad t \geq 0, \\ u(x,0) &= 2\sin 3x - 5\sin 7x, \qquad 0 \leq x \leq \pi \end{aligned}$$

   (c)
$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x,t) &= 4\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x,t), \qquad t \geq 0, \quad 0 \leq x \leq \pi \\ u(0,t) &= 0, \qquad t \geq 0, \\ u(\pi,t) &= 0, \qquad t \geq 0, \\ u(x,0) &= 5\sin 3x - 3\sin 5x, \qquad 0 \leq x \leq \pi, \\ \frac{\partial u}{\partial t}(x,0) &= 0, \qquad 0 \leq x \leq \pi \end{aligned}$$

(d)
$$
\begin{aligned}
\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x,t) &= 9\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x,t), \qquad t \geq 0, \quad 0 \leq x \leq \pi \\
u(0,t) &= 0, \qquad t \geq 0, \\
u(\pi,t) &= 0, \qquad t \geq 0, \\
u(x,0) &= 2\sin x - 6\sin 8x - \sin 9x, \qquad 0 \leq x \leq \pi, \\
\frac{\partial u}{\partial t}(x,0) &= 0, \qquad 0 \leq x \leq \pi
\end{aligned}
$$